

Абдуллаев Абдубакир

ассистент Ташкентского университета информационных технологий

abdullayev@tuit.uz

Тешабоев Хўжамиёр

ассистент Ташкентского университета информационных технологий

teshaboyev@tuit.uz

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТОУПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ НЕФЕРРОМАГНИТНЫХ ТОКОПРОВОДЯЩИХ ПЛАСТИН В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Аннотация. В работе математически моделировано магнитоупругих колебаний неферромагнитных токопроводящих гибких кольцевых пластин находящейся под воздействием переменных электромагнитных сил и механических нагрузок. Получены численные результаты и проведены анализ электромагнитных эффектов.

Ключевые слова: пластина, деформация, напряжения, электромагнитное поле, магнитоупругость.

Annotation. The work mathematically simulated magnetoelastic vibrations of non-ferromagnetic conductive flexible annular plates under the influence of variable electromagnetic forces and mechanical loads. Numerical results are obtained and an analysis of electromagnetic effects is carried out.

Key words: plates, deformation, stresses, electromagnetic field, magnetoelasticity.

Annotatsiya. Maqolada o'zgaruvchan elektromagnit kuchlar va mexanik yuklanishlar ta'sirida bo'lgan ferromagnit bo'lmagan tok o'tkazuvchi yuqqa halqaviy plastinkaning magnitoelastik tebranishi matematik modellashtirilgan. Sonli natijalar olingan va ferromagnit bo'lmagan tok o'tkazuvchi yuqqa halqaviy plastinkada elektromagnit effektlar tahlili o'tkazilgan.

Kalit so'zlar: plastinka, deformatsiya, kuchlanish, elektromagnit maydoni, magnitoelastiklik.

Зачастую взаимодействие электромагнитного поля с упругим телом происходит при наличии стороннего электрического тока (например, упругое токонесущее тело) в магнитном поле. В этом случае мы имеем задачу электромагнитоупругости. Однако задачи, связанные с вопросами учета сторонних токов, в целом достаточно сложны, но существенно упрощается в случае тонких тел, подверженных малым изменениям формы при деформации. В последующем нас будут интересовать именно эти упрощенные задачи.

Рассмотрим осесимметричную нелинейную краевую задачу магнитоупругости о напряженно-деформированного состояния кольцевой пластины переменной

толщины вдоль радиуса, находящейся под действием нестационарного магнитного поля и механического нагружения с учетом ортотропии проводящих свойств и джоулевого тепла. Пластина упругая ортотропная, изготовлена из материала конечной проводимости. Пластина является проводником равномерно распределенного электрического тока плотности \vec{J}_{cm} . Пусть задача магнитостатики для возмущенного состояния решена, т. е., известны вектора магнитной индукции начального состояния для внешней и внутренней областей. За координатную плоскость выбираем срединную поверхность пластины, отнесенную к полярной системе r, θ , координата z отсчитывается по нормали к срединной плоскости пластины.

Разрешающая система уравнений в этом случае принимает вид [1,2,3,4,5,6,7,8,9].

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial r} &= \frac{(1-\nu_r\nu_\theta)}{e_r h} N_r - \frac{\nu_\theta}{r} u - 0,5g_r^2 + (1+\nu_r)\varepsilon_T; \quad \frac{\partial w}{\partial t} = -g_r; \\ \frac{\partial g_r}{\partial r} &= \frac{12(1-\nu_r\nu_\theta)}{e_r h^3} M_r - \frac{\nu_\theta}{r} g_r + (1+\nu_r)\chi_T; \\ \frac{\partial N_r}{\partial r} &= \frac{1}{r} \left[(\nu_\theta - 1)N_r + \frac{e_\theta h}{r} u \right] - \frac{e_r h}{r} \varepsilon_T - P_r - hJ_{\theta cm} B_z - \\ &- \sigma_1 h \left[E_\theta B_z + 0,5 \frac{\partial w}{\partial t} B_z (B_r^+ + B_r^-) - \frac{\partial u}{\partial t} B_z^2 \right] + \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_r}{\partial r} &= -\frac{1}{r} Q_r - P_z - 0,5hJ_{\theta cm} (B_r^+ + B_r^-) + \sigma_2 h [0,5E_\theta (B_r^+ + B_r^-) + \\ &+ 0,25 \frac{\partial w}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-)^2 + \frac{1}{12} \frac{\partial w}{\partial t} (B_r^+ - B_r^-)^2 - 0,5 \frac{\partial u}{\partial t} B_z (B_r^+ + B_r^-)] + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial M_r}{\partial r} = \frac{1}{r} \left[(\nu_\theta - 1) M_r + \frac{e_\theta h^3}{12r} g_r \right] + Q_r + N_r g_r;$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial r} = -\sigma_2 \mu \left[E_\theta + 0,5(B_r^+ + B_r^-) \frac{\partial w}{\partial t} - B_z \frac{\partial u}{\partial t} \right] + \frac{B_r^+ - B_r^-}{h};$$

$$\frac{\partial E_\theta}{\partial r} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} - \frac{1}{r} E_\theta.$$

Здесь

$$\begin{aligned} \varepsilon_T &= \alpha T_C + \frac{\alpha h^2}{8\sigma_2 \lambda_T} \left(1 + \frac{4\lambda_T}{h\lambda_F} \right) \left\{ J_{\theta cm}^2 + \sigma_2^2 \left[E_\theta^2 + 0,25 \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 (B_r^+ + B_r^-)^2 + E_\theta \frac{\partial w}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-) \right] \right\} + \\ &+ \frac{\alpha h^2}{8\sigma_2 \lambda_T} \left(1 + \frac{4\lambda_T}{h\lambda_F} \right) \left\{ 2\sigma_2 J_{\theta cm} \left[E_\theta + 0,5 \frac{\partial w}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-) - \frac{\partial u}{\partial t} B_z \right] \right\} - \frac{\alpha \rho h C_\varepsilon^{cp}}{2\lambda_F} \frac{\partial T_\Pi}{\partial t}. \end{aligned}$$

Рассмотрен случай, когда пластина находится под воздействием нормальной составляющей механической силы $P_z = 5 \cdot 10^3 \sin \omega t \text{ Н/м}^2$ и внешнего электрического тока $J_{\theta \text{ см}} = 5 \cdot 10^6 \sin \omega t \text{ А/м}^2$, где ω - круговая частота.

Граничные условия выбраны в следующем виде
 $u = 0, w = 0, \mathcal{G}_r = 0, B_z = 0,5 \sin \omega t, r_0 = 0,5 \text{ м}$

$N_r = 0, Q_r = -100, M_r = 0, E_\theta = 0 \quad r_1 = 0,9 \text{ м.}$

Параметры пластины и материала выбраны следующие

$r_0 = 0,5 \text{ м}; r_1 = 0,9 \text{ м}; \sigma_1 = 27,9 \cdot 10^6 \text{ (ом} \cdot \text{м)}^{-1}; \sigma_2 = 32,1 \cdot 10^6 \text{ (ом} \cdot \text{м)}^{-1}; \nu_1 = 0,03;$

$\nu_\theta = 0,09; e_r = 28,8 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2; e_\theta = 33,53 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2; \rho = 1884 \text{ кг/м}^3;$

$\omega = 314,16 \text{ с}^{-1}; \mu = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}; B_r^\pm = 0,5 \text{ Т}; C_\varepsilon^{cp} = 1883 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{°C)};$

$\alpha = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/°C}; \lambda_T = 216 \text{ Вт/(м} \cdot \text{°C)}; \lambda_F = 212 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{°C)}.$

Решение задачи получено на временном интервале $t = 1 \cdot 10^{-2} \text{ с}$, временной шаг интегрирования $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$. Рис. 1 представляет распределение напряжений вдоль радиуса пластины.

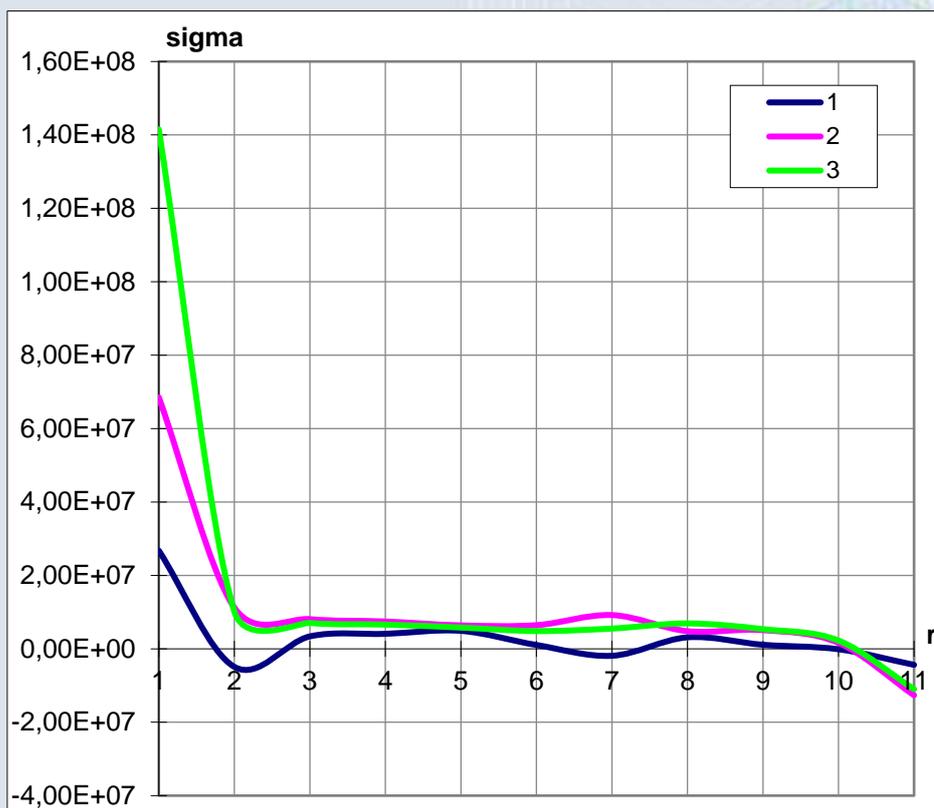


Рис.1 Распределение напряжений в пластинке

В работе проведен анализ напряженно-деформированного состояния гибкой кольцевой пластины переменной толщины, находящейся под действием переменной по времени механической силы и переменного по времени внешнего электрического тока, с учетом механической и электромагнитной ортотропии.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Mol'chenko, L. V., Loos, I. I., & Indiaminov, R. S. (2008). "Determining the stress state of flexible orthotropic shells of revolution in magnetic field," *Int. Appl. Mech* 44, 882–891.
<https://doi.org/10.1007/s10778-008-0102-6>

2. Indiaminov, R., Butaev, R., Narkulov, A., & Abdullaev, A. (2021). "Nonlinear deformation of a current shell in a magnetic field", *AIP Conference Proceedings*, 2021, 2365, 02 0001.
<https://doi.org/10.1063/5.0056840>

3. Indiaminov, R., Butaev, R., Narkulov, A., & Abdullaev, A. (2021). "Nonlinear Strain of a Current-Conducting Annular Plate in a Magnetic Field", *AIP Conference Proceedings* 2467, 060026 (2022).

<https://doi.org/10.1063/5.0092485>

4. Shodmonov J., Abdullaev A. "Tok o'tkazuvchi mikroelementning magnitoelastik tebranishi", *International Scientific Journal of "Science and Innovation"*. UIF-2022: 8.2. ISSN: 2181-3337. Volume 1, Issue 4. –P.52-55. <https://doi.org/10.5281/zenodo.6873133>

5. Indiaminov R., Abdullaev A., & Shodmonov J. "Mathematical Modeling of Magnetoelastic Oscillations of a Current-Carrying Microelement Magnetic Field", *International Journal of Theoretical and Applied Issues of Digital Technologies* ISSN 2181-3086, eISSN 2181-3094 № 1(1) 2022. –P.71-79.

https://doi.org/10.34920/IJTAIDT/vol_2022_issue_1_11

6. Indiaminov R., Abdullaev A., & Shodmonov J. Mathematical simulation of magnetoelastic deformation of electrically conductive plate in a magnetic field, "Современное состояние и перспективы применения цифровых технологий и искусственного интеллекта в управлении" сборник докладов республиканской научно-технической конференции. Ч.2. Самарканд-2022.-С. 22-28

7. Indiaminov R., Abdullaev A. "Simulation of magnetoelastic deformation of a plate in an alternating magnetic field". *ISJ Theoretical & Applied Science*, 01(105) Philadelphia, USA, 2022. –P. 751-755.

<https://doi.org/10.15863/TAS.2022.01.105.55>

8. Indiaminov R., Abdullaev A., Ismailova N. "Magnit maydonida tok o'tkazuvchi jismning magnitoelastik deformatsiyalanishi modeli", "Zamonaviy matematikaning nazariy asoslari va amaliy masalalari" respublika ilmiy-amaliy anjuman materiallar to'plami. Andijon-2022. –B.184-186.

https://file.adu.uz/s/2022/03/conference_math_02.pdf

9. Abdullaev A. "Magnit maydonida plastinkaning magnitoelastik deformatsiya jarayonini matematik madellashtirish". *Scientific Journal of Innovations in Technology and Science Education*. ISSN 2181-371X, Volume 2, Issue 8, 2023. –B. 863-872.

<https://doi.org/10.5281/zenodo.7833588>